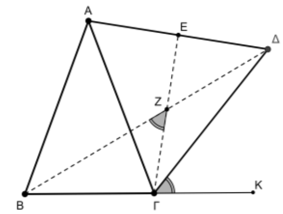
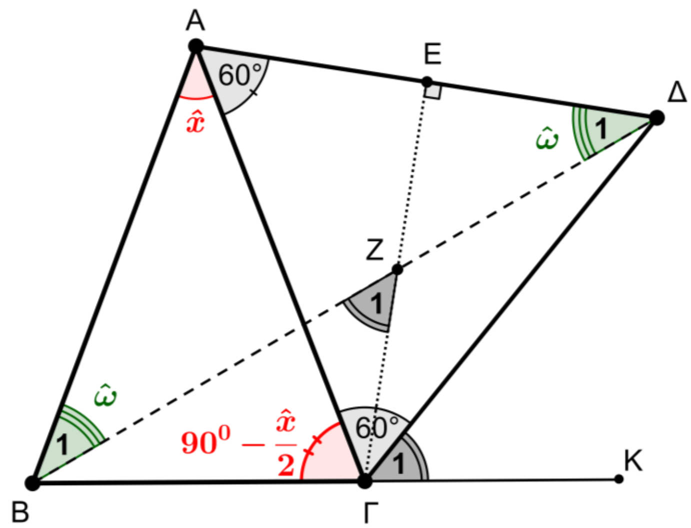
Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($AB = A\Gamma$), το τρίγωνο $A\Delta\Gamma$ είναι ισόπλευρο και E είναι το μέσο του $A\Delta$. Αν το K βρίσκεται στη προέκταση της $B\Gamma$ και οι $B\Delta, \Gamma E$ τέμνονται στο σημείο Z, να αποδείξετε ότι οι γωνίες $B\hat{Z}\Gamma$ και $K\hat{\Gamma}\Delta$, είναι ίσες.



<u>Λύση</u>

Έστω $B\hat{A}\Gamma = \hat{x}$. Από το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^o \Leftrightarrow \hat{x} + 2\hat{\Gamma} = 180^o$.



Άρα $\hat{B} = \hat{\Gamma} = 90^o - \frac{\hat{x}}{2}$.

Από το ισόπλευρο τρίγωνο $A\Gamma\Delta$, έχουμε: $A\hat{\Gamma}\Delta = 60^0$.

Οι γωνίες τώρα $\hat{\Gamma}$, $A\hat{\Gamma}\Delta$ και $\hat{\Gamma}_1$ είναι διαδοχικές και $\hat{\Gamma} + A\hat{\Gamma}\Delta + \hat{\Gamma}_1 = 180^o$.

Άρα $\hat{\Gamma}_1 = 180^o - 60^o - \left(90^o - \frac{\hat{x}}{2}\right) \Leftrightarrow \hat{\Gamma}_1 = 30^o + \frac{\hat{x}}{2}$.

Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Delta$, θέτουμε $\hat{B}_1 = \hat{\Delta}_1 = \hat{\omega}$ και παίρνουμε:

$$2\hat{\omega} + \hat{x} + 60^0 = 180 \Leftrightarrow \hat{\omega} = 60^o - \frac{\hat{x}}{2}.$$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο τέλος $E\Delta Z$, έχουμε: $\hat{Z}_1 = 90^o - \hat{\omega} \Leftrightarrow \hat{Z}_1 = 30^o + \frac{\hat{x}}{2}$.