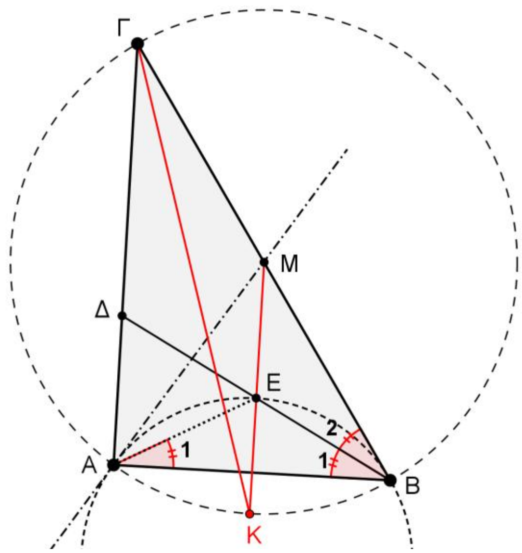
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^o$) και έστω E το μέσο της διχοτόμου $B\Delta$. Η εφαπτομένη του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου AEB στο σημείο A τέμνει την $B\Gamma$ στο σημείο M. Αποδείξτε ότι η ευθεία ME και η διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Gamma}$, τέμνονται επάνω στο περιγεγραμμένο κύκλο του τριγώνου $AB\Gamma$.

<u>Λύση</u>

Εφόσον E είναι το μέσο της υποτείνουσας $B\Delta$ του ορθογωνίου τριγώνου $AB\Delta$, θα ισχύει:



$EA = EB$. Άρα το σημείο E ανήκει στη μεσοκάθετο της πλευράς AB και $\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \dfrac{\hat{B}}{2}$.

Εφόσον η $B\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$, θα ισχύει $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \dfrac{\hat{B}}{2}$ και επειδή $\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \dfrac{\hat{B}}{2}$, καταλήγουμε στην ισότητα $\hat{A}_1 = \hat{B}_2 = \dfrac{\hat{B}}{2}$.

Άρα η ΓB είναι εφαπτόμενη στον περιγεγραμμένο κύκλο του τριγώνου AEB και κατά συνέπεια $MA = MB$. Δηλαδή το σημείο M ανήκει στη μεσοκάθετο της πλευράς AB.
Το σημείο $\boldsymbol{M}$ είναι το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου $\boldsymbol{AB\Gamma}$
Τελικά η ME είναι η μεσοκάθετος της πλευράς AB, οπότε θα διέρχεται από το μέσο K του τόξου AB, από το οποίο διέρχεται και η διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Gamma}$.